a.s. 2017/2018

Scuola Secondaria 1° grado Loiano

Classe 1A - 1 B

Compiti per le vacanze

Per poter iniziare a settembre il nuovo programma di matematica occorre ripassare alcune nozioni basilari del programma di I^{a}.

Nelle pagine seguenti troverete spiegazioni sintetiche ed un numero ridotto di esercizi.

Gli esercizi proposti in queste pagine andranno però svolti, **su fogli protocollo**, subito prima di tornare a scuola, **a partire dal 20 agosto.**

A settembre ripasseremo utilizzando questi appunti (non occorre stamparli, li proietteremo sulla LIM) e, verso la fine del mese, dopo il ripasso e il test di ingresso, ritireremo tutti gli esercizi svolti.

1° consiglio → tempo da dedicare ai compiti di matematica, a partire dalla seconda metà di agosto: 20-30 minuti al giorno, a volte sarà solo ripasso (studiate bene!!!) e pochissimi esercizi, a volte ci sarà un numero maggiore di esercizi (da risolvere in due giorni).

2° consiglio → come studiare: non eseguite i compiti da soli, lavorate in gruppi … vi annoierete di meno e ripasserete con risultati migliori.

Presso la portineria della scuola media è depositata una copia cartacea dei compiti. Se avete problemi con il p.c. chiedete alle collaboratrici la copia, da fotocopiare, **entro il 30 giugno** (solo mattina).

BUONE VACANZE !!!

INSIEMI

Un insieme è un raggruppamento di elementi ben definiti (dato un elemento, posso decidere senza dubbi se questo appartiene o no all'insieme).

L'insieme → si indica con la lettera maiuscola

L'elemento → si indica con la lettera minuscola

$\in$ → appartiene $a \in A$ (l'elemento *a* appartiene all'insieme *A*)

$\notin$ → non appartiene $a \notin A$ (l'elemento *a* non appartiene all'insieme *A*)

Un insieme B è **sottoinsieme** dell'insieme A quando tutti gli elementi di B appartengono ad A

$\subset$ → è incluso (è un sottoinsieme) $B \subset A$ (l'insieme B è incluso nell'insieme *A*)

$\not\subset$ → non è incluso (non è un sottoinsieme) $B \not\subset A$ (l'insieme B non è incluso nell'insieme *A*)

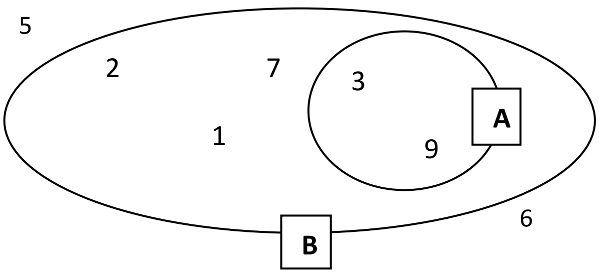
ESERCIZI

1. Cosa è un insieme? ....

2. Quale delle seguenti espressioni individuano un insieme? Completa con delle crocette

	SI	NO		SI	NO
I numeri			I mesi che iniziano con la lettera a		
I numeri piccoli			I mesi che iniziano con la lettera z		
Le persone belle			La capitale d'Italia		
Gli alunni della tua classe con gli occhiali			Le stelle dell'universo		

3. Osserva il seguente grafico e metti una crocetta sulle affermazioni espresse con linguaggio corretto VERO(V) o FALSO (F)



	V	F		V	F
$6 \in A$			$2 \in A$		
$9 \in A$			$5 \notin A$		
$2 \notin B$			$3 \in A$		

Un insieme può essere →
- **finito** (il numero degli elementi è finito: es. alunni di IA)
- **infinito** (il numero degli elementi è infinito: es. numeri)
- **vuoto** (non contiene elementi: es. alunni IB di 16 anni)

{ } oppure Ø → insieme vuoto

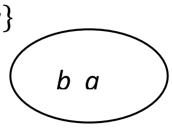
Due insiemi sono **uguali** se contengono gli stessi elementi.

ESERCIZI

4. Completa con delle crocette F = finito I = infinito V = vuoto

Insieme	**F**	**I**	**V**	**Insieme**	**F**	**I**	**V**
A= { x/x è un mese dell'anno di 32 giorni }				D={ x/x è un numero pari}			
B={ x/x è una cifra pari nel numero 248}				E={ x/x è una cifra dispari del numero 2468}			
C={ x/x è una vocale nella parola ala}				F={ x/x è un punto di una retta}			

Posso rappresentare un insieme →
- **in forma tabulare** (o per elencazione): $\{a; b; c\}$
- **in forma grafica** (diagramma di Eulero-Venn)



- **per caratteristica** {*x/x è ……… }* → *x/x si legge x tale che x*

⇨In forma tabulare non posso rappresentare gli insiemi infiniti, a meno che *{1; 2; 3; ………… }*
⇨In forma grafica non posso rappresentare gli insiemi infiniti
⇨Per caratteristica non posso rappresentare gli insiemi che non hanno una caratteristica comune.

ESERCIZI

5. Rappresenta per elencazione l'insieme formato dalle lettere della parola ***albero***

6. Rappresenta per elencazione l'insieme formato dalle lettere della parola ***mattiniero***

7. Rappresenta per elencazione l'insieme formato dalle cifre del numero ***128382***

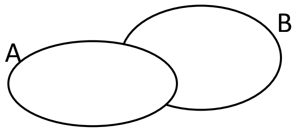
8. Rappresenta in forma grafica l'insieme formato dalle lettere del nome ***amica***

9. Rappresenta in forma grafica l'insieme dei divisori di 12

10. Rappresenta per caratteristica il seguente insieme: ***A = {lunedì, martedì, mercoledì, giovedì, venerdì, sabato, domenica}***

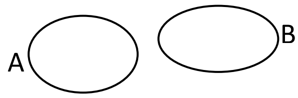
11. Rappresenta per caratteristica il seguente insieme: A = {0,3,6,9,12,15……….}

OPERAZIONI CON INSIEMI



Intersezione A ∩ B : elementi in comune ad A e B

Due insiemi sono **disgiunti** se non hanno elementi in comune: A ∩ B = { }



Unione A ∪ B : tutti gli elementi di A e di B presi una sola volta

ESERCIZI

12. Considera gli insiemi

A= {1; 3; 5; 7}   B= {2; 4; 6; 8}   C= {1; 2; 3; 4; 5; 6}   D= {6; 7}.

Determina :

A ∩ B		A ∪ C	
C ∩ D		A ∪ D	
A ∩ B ∩ C		A ∪ C ∪ D	

L'INSIEME N
- è costituito dai numeri interi positivi
- ha 10 simboli (si chiamano cifre) → 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cifra = simbolo **Numero** = quantità

IL NOSTRO SISTEMA DI NUMERAZIONE
- è decimale → 10 unità di un ordine formano 1 unità dell'ordine successivo (va di 10 in 10)
- è posizionale → il valore della cifra dipende dalla sua posizione

IL SISTEMA DI NUMERAZIONE ROMANO
- ha 7 simboli → I V X L C D M
- è additivo → i simboli si sommano o si sottraggono
- posso ripetere fino a 3 volte solo I X C M

ESERCIZI

13. Scrivi, adoperando i simboli della numerazione romana, i seguenti numeri

8 =	11 =	9 =	24 =	35 =
46 =	81 =	190 =	247 =	99 =

14. Scrivi, adoperando i simboli della numerazione decimale, i seguenti numeri

VII =	*XIII =*	*CX =*	*XIV =*	*CLII =*
XCVIII =	*XLII =*	*CXXXIX =*	*MXCIV =*	$\overline{XXIII}$ =

ESPRESSIONI CON I NUMERI NATURALI

Per risolvere le espressioni ricorda la sequenza delle operazioni:

1) $(\cdot \;\; \boldsymbol{e} \;\; :)$

2) $(+ \;\; \boldsymbol{e} \;\; -)$

3) $[\cdot \;\; \boldsymbol{e} \;\; :]$

4) $\left[+ \;\; \boldsymbol{e} \; - \right]$

5) $\{ \cdot \;\; \boldsymbol{e} \;\; : \}$

6) $\left\{ + \;\; \boldsymbol{e} \; - \right\}$

7) $\cdot \;\; \boldsymbol{e} \;\; :$

8) $+ \;\; \boldsymbol{e} \;\; -$

ESERCIZI

15. Risolvi le seguenti espressioni (i calcoli si eseguono a mente o sul quaderno; la calcolatrice tascabile si usa ESCLUSIVAMENTE per <u>verificare</u> il risultato dei calcoli più complessi)

A. $(3 \cdot 8 - 12 : 6) - (4 \cdot 6 - 25 : 5) =$ → 3

B. $3 \cdot [7 \cdot 2 + (15 : 5 + 3 \cdot 9) : 10] - 2 =$ → 49

C. $(5 \cdot 4 - 2 \cdot 9) \cdot (63 : 9 + 10 : 5) - (10 \cdot 2 - 2 \cdot 4) + (5 \cdot 8 - 6 \cdot 6) =$ → 10

D. $9 \cdot 8 - [5 \cdot 2 + (7 \cdot 4 : 14 + 4 \cdot 2) \cdot 3] : 5 + 16 : (2 \cdot 22 - 5 \cdot 8) - (3 \cdot 5 - 7) =$ → 60

E. $\{[5 \cdot 5 \cdot 8 - 3 \cdot (6 \cdot 6 + 72 : 9)] : (3 \cdot 4 + 78 : 2 - 85 : 5)\} - (5 \cdot 8 - 76 : 2) =$ → 0

POTENZE

Ricorda:

a^n = $a \cdot a \cdot a \cdot a$ … …. (n volte) *esempio:* $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

Ricorda:

1. ***Se esponente = 1*** **→ *potenza = base*** *es.* $2^1 = 2$ $5^1 = 5$ $28^1 = 28$
2. ***Se base =1*** **→ *potenza=1*** *es.* $1^5 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$ $1^{13} = 1 \cdot 1 \cdot 1 \ldots = 1$
3. ***Se base=10*** **→ *potenza =1 seguito da un numero di zeri uguale all'esponente***
   es. $10^3 = 1000$ $10^5 = 100000$
4. ***Se base = 0*** **→*potenza = 0*** *es.* $0^3 = 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$ $0^8 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \ldots = 0$
5. ***Se esponente = 0*** **→*potenza =1*** *es.* $5^0 = 1$ $10^0 = 1$ $327^0 = 1$
6. ***Se base =0 ed esponente =0*** **→*non ha significato in N*** 0^0 *non ha significato*

****

Nel risolvere le espressioni con le potenze, ricorda:

- ***le potenze si eseguono prima delle altre operazioni contenute nella stessa parentesi***

es.

$[(2^3 - 5) \cdot 2^2 - 10] + 4^2 : 2^3 =$
$[(8 - 5) \cdot 2^2 - 10] + 4^2 : 2^3 =$
$[3 \cdot 2^2 - 10] + 4^2 : 2^3 =$
$[3 \cdot 4 - 10] + 4^2 : 2^3 =$
$[12 - 10] + 4^2 : 2^3 =$
$2 + 4^2 : 2^3 =$
$2 + 16 : 8 =$
$2 + 2 = 4$

- ***se l'esponente è fuori dalla parentesi, si eseguono prima tutti i calcoli dentro la parentesi ed infine la potenza***

es.

$(2^5 - 5 \cdot 6)^3 - 1^2 =$
$(32 - 5 \cdot 6)^3 - 1^2 =$
$(32 - 30)^3 - 1^2 =$
$2^3 - 1^2 =$
$8 - 1 = 7$

ESERCIZI

16. Scrivi il valore delle seguenti potenze:

$2^4 =$	$5^1 =$	$6^2 =$	$8^0 =$	$10^4 =$	$0^0 =$	$1^3 =$	$3^3 =$	$4^0 =$	$10^9 =$	$0^3 =$

17. Risolvi le seguenti espressioni (i calcoli si eseguono a mente o sul quaderno; la calcolatrice tascabile si usa ESCLUSIVAMENTE per <u>verificare</u> il risultato dei calcoli più complessi).

A. $(4^2 - 3^2) : 7 + [6^2 : (5^2 - 4^2)] =$ → 5

B. $[(2^2 \cdot 3^2 - 4^2) : 2^2 + (8^2 - 5 \cdot 2^3) : 2^3] : [(5^2 + 3 \cdot 13) : 2^3] =$ → 1

C. $\{[(6^2 - 7 \cdot 5) \cdot 2 : (41 \cdot 2 - 9^2)]^3 \cdot (35 \cdot 3 - 10^2)\} : [(1 + 2^2)^2 : 5] =$ → 8

D. $(4^2 - 2^3 + 2) : 5 + \{1^3 + [5 + (3 \cdot 5 - 3 \cdot 2^2 - 2)^7 + 3]^3 : 9^2 - 2^2\}^3 : (2^2 \cdot 3^2) =$ → 8

PROPRIETA' POTENZE

Ricorda le proprietà:

Se le potenze hanno la stessa base

1. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ *Es.* $2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$ $\quad 3^5 \cdot 3 \cdot 3^2 = 3^{5+1+2} = 3^8$

2. $a^n : a^m = a^{n-m}$ *Es.* $2^5 : 2^2 = 2^{5-2} = 2^3$ $\quad 3^5 : 3^2 \cdot 3^3 = 3^{5-2+3} = 3^6$

3. $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ *Es.* $(2^3)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$ $\quad \{[(5^2)^3]^0\}^4 = 5^{2 \cdot 3 \cdot 0 \cdot 4} = 5^0 = 1$

Se le potenze hanno lo stesso esponente

4. $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ *Es.* $2^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 5)^3 = 10^3$

5. $a^n : b^n = (a : b)^n$ *Es.* $12^5 : 6^5 \cdot 3^5 = (12 : 6 \cdot 3)^5 = 6^5$

Ricorda: le proprietà si applicano se le potenze hanno la stessa base o lo stesso esponente, esclusivamente con $\cdot$, : e potenza , mai con $+$ e $-$

ESERCIZI

18. Completa la tabella

	VERO	FALSO	CORREGGI
$3^4 \cdot 3^5 = 3^{20}$			
$4^6 : 4 = 4^5$			
$2^3 + 2^3 = 2^6$			
$10^8 : 10^5 = 1000$			
$6^2 : 3^2 = 2^0$			
$[(5^0)^2]^3 = 1$			

	VERO	FALSO	CORREGGI
$6^2 - 5^2 = 11$			
$(3^2)^3 = 3^5$			
$3^3 - 3^2 = 3^1$			
$2^5 \cdot 5^5 = 10^5$			
$2^3 \cdot 3^3 = 6^6$			
$3^4 \cdot 3^2 : 3^5 : 3 = 3$			

19. Risolvi le seguenti espressioni applicando, quando possibile, le proprietà delle potenze:

A. $[2^2 \cdot (2^8 : 2^6)^2]^2 : 2^5 =$ $\rightarrow 2^7$

B. $\{[(3^3 \cdot 3^2 \cdot 3^4)^2 : 3^5]^2 : 3^{18}\}^2 : 3^4 =$ $\rightarrow 3^{12}$

C. $(2^3 \cdot 3^3)^2 : 2^6 =$ $\rightarrow 3^6$

D. $\{[(11^2)^3]^4 : 11^{23} - (5^3)^3 \cdot 5^2 : 5^{10}\}^6 : (6^2 \cdot 6^3) + 4^0 \cdot 4^2 =$ $\rightarrow 22$

E. $[(3^3 \cdot 3^8 : 3^7 - 9^2 + 4^0) \cdot 5^2 + (7^9 : 7^8 + 3^1)] : 7 \cdot (5^9 : 5^8) =$ $\rightarrow 25$

DIVISIBILITA’

Ricorda: un numero è divisibile

per	*Se*	*Esempio*
2	*è pari*	*148 è pari, quindi è divisibile per 2* *137 non è pari e non è divisibile per 2*
4	*il numero formato dalle ultime due cifre è multiplo di 4*	*536 → ultime due cifre 36 → 36 è multiplo di 4 → 536 è divisibile per 4* *850 → ultime due cifre 50 → 50 non è multiplo di 4→ 850 non è divisibile per 4*
3	*il numero formato dalla somma delle cifre è multiplo di 3*	*3726 → 3+7+2+6=18 → 18 è multiplo di 3 → 3276 è divisibile per 3* *985 → 9+8+5 = 22 → 22 non è multiplo di 3 → 985 non è divisibile per 3*
9	*il numero formato dalla somma delle cifre è multiplo di 9*	*6759 → 6+7+5+9=27 → 27 è multiplo di 9 → 6759 è divisibile per 9* *942 → 9+4+2 = 15 → 15 non è multiplo di 9 → 942 non è divisibile per 9*
5	*ultima cifra 0 o 5*	*20, 35, 800, 4375 sono divisibili per 5* *18, 233, 786 non sono divisibili per 5*
25	*ultime due cifre 25 – 50 – 75 - 00*	*625 → ultime due cifre 25→ 625 è divisibile per 25* *9000 →ultime due cifre 00 → 9000 è divisibile per 25* *645 → ultime due cifre 45 → 645 non è divisibile per 25*
10	*ultima cifra 0*	*10 – 300 – 6400 →ultima cifra 0→ 10-300-6400 sono divisibili per 10* *23 – 65 – 475 →non terminano con 0 → 23-65-475 non sono divisibili per 10*
100	*ultime due cifre 00*	*300 – 5000 – 300500 – 700000 → ultime due cifre 00 → 300 – 5000 – 300500 – 700000 sono divisibili per 100* *20 – 643 – 480 -8675 → non terminano con 00 → 20 – 643 – 480 -8675 non sono divisibili per 100*
11	*la differenza fra la somma delle cifre che occupano posto dispari e quella delle cifre che occupano posto pari = 0, 11, 22 …* *(gli esempi con i numeri sono più chiari)*	*387244→ sommo le cifre che occupano il posto dispari 3+7+4=14 → sommo le cifre che occupano il posto pari 8+2+4=14 →faccio la differenza 14—14=0 → 387244 è divisibile per 11* *54876 → sommo le cifre che occupano il posto dispari 5+8+6=19 → sommo le cifre che occupano il posto pari 4+7=11 →faccio la differenza 19—11=8→ 54876 non è divisibile per 11 (la differenza deve essere 0-11-22…)*
6	*è divisibile per 2 e per 3 (i fattori scelti devono essere primi fra loro, cioè non devono avere divisori comuni)*	

15	*è divisibile per 3 e per 5 (i fattori scelti devono essere primi fra loro, cioè non devono avere divisori comuni)*	
12	*è divisibile per 3 e per 4 (i fattori scelti devono essere primi fra loro, cioè non devono avere divisori comuni))*	
Etc…		

*(imparare bene la divisibilità per **2, 3, 5, 10, 100, 11**)*

ESERCIZI

20. Completa con delle crocette la tabella *è divisibile per* (la crocetta significa che è divisibile)

	2	3	4	5	9	10	11	25	100	6	12	18	20
320													
114													
5680													
3696													
225													
5400													
2574													

SCOMPOSIZIONE IN FATTORI PRIMI

Ricorda:

- ***Un numero si dice primo se è divisibile solo per 1 e per se stesso (ammette solo due divisori)***
  Sono primi 2, 3, 5, 7, 11, 13 , 17, 19 etc. L'elenco si trova sulle tavole.

- ***Un numero si dice composto se, oltre a 1 e a se stesso, ammette altri divisori (ha più di due divisori).***

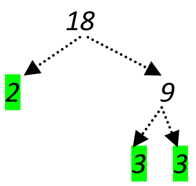
Ricorda:

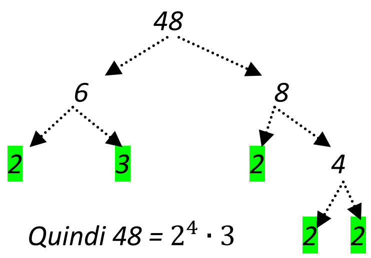
- ***scomporre un numero in fattori primi significa trasformare il numero dato in un prodotto di fattori primi:***

es. 12 = $2^2 \cdot 3$.

Un numero si può scomporre in fattori primi con varie tecniche:

- *<u>mentalmente</u> (per i numeri piccoli il procedimento riportato è bene farlo **a mente**)*





Quindi 18 = $2 \cdot 3^2$

Quindi 48 = $2^4 \cdot 3$

- *o <u>con una serie di divisioni</u> (**ricorda: a destra della riga verticale si mettono solo numeri primi:** se tu volessi dividere per 9, a destra dovresti scrivere* 3^2, *perché 9 non è un numero primo; se tu volessi dividere per 10 a destra dovresti scrivere* $2 \cdot 5$, *perché 10 non è un numero primo)*

18	2
9	3
3	3
1	

$18 = 2^2 \cdot 3$

344	2
172	2
86	2
43	43
1	

$344 = 2^3 \cdot 43$

560	$2 \cdot 5$
56	2
28	2
14	2
7	7
1	

$560 = 2^4 \cdot 5 \cdot 7$

***Ricorda: i fattori del numero scomposto vanno scritti <u>sempre in ordine crescente</u>** (non in disordine), questo ci facilita la determinazione del MCD, mcm e altro*

***Ricorda**: se un numero termina con 0, scrivi* $2 \cdot 5$ *e dividi per 10 (elimina lo 0)*
se un numero termina con 00, scrivi $2^2 \cdot 5^2$ *e dividi per 100 (elimina 00) e così via*

ESERCIZI

21. Scomponi in fattori primi **senza eseguire calcoli** i seguenti numeri 10 ; 15 ; 24 ; 30 ; 45 ; 60

22. Scomponi in fattori primi i seguenti numeri

256 325 648 300 1224 3780 800000

MASSIMO COMUNE DIVISORE (M.C.D.)

Ricorda:
il M.C.D. fra due o più numeri è il più grande fra i divisori comuni.

Come si determina il M.C.D.?

1. ***Con gli insiemi, scrivendo per elencazione tutti i divisori dei numeri dati***
   Es. M.C.D.$_{(18;\ 24;\ 36)}$
   a. *Si scrivono tutti i divisori di 18, tutti i divisori di 24 e tutti i divisori di 36*
      D_{18} ={1; 2; 3; 6; 9; 18}
      D_{24} ={1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24}
      D_{36}={1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36}
   b. *Si evidenziano (in giallo) i divisori comuni ai tre numeri*
   c. *Fra questi si sceglie il divisore comune maggiore*
   d. *Quindi M.C.D.*$_{(18;\ 24;\ 36)}$= 6

2. ***Mentalmente (per numeri piccoli): il procedimento è simile al punto 1, bisogna conoscere bene le tabelline per trovare mentalmente i divisori.*** *Se per ora non vi riesce, non importa … lo imparerete un po' per volta esercitandovi*

3. ***Con la scomposizione in fattori primi***
   Es. M.C.D. $_{(36;\ 24;\ 20)}$
   a. *Si scompongono in fattori primi i tre numeri (mentalmente o con le divisioni)*
      $36 = 2^2 \cdot 3^2$ $\quad\quad$ $24=2^3 \cdot 3$ $\quad\quad$ $20=2^2 \cdot 5$
   b. *Si scelgono i fattori comuni: in questo caso 2*
   c. *Si prende il fattore comune con l'esponente minore:* 2^2
   Quindi M.C.D. $_{(36;\ 24;\ 20)} = 2^2 = 4$

ESERCIZI

23. Dopo aver scritto tutti i divisori dei numeri dati, determina:

M.C.D. $_{(15;\ 30;\ 45)}$ $\quad\quad$ M.C.D. $_{(12;28;20)}$

24. Determina mentalmente:

M.C.D. $_{(12\ ;\ 20)}$ $\quad$ M.C.D. $_{(15\ ;\ 25)}$ $\quad$ M.C.D. $_{(6\ ;\ 18)}$ $\quad$ M.C.D. $_{(12\ ;\ 16)}$ $\quad$ M.C.D. $_{(30\ ;\ 50)}$

M.C.D. $_{(6\ ;\ 10\ ;\ 14)}$ $\quad$ M.C.D. $_{(8\ ;\ 16\ ;\ 24)}$ $\quad$ M.C.D. $_{(10\ ;\ 20\ ;\ 30)}$ $\quad$ M.C.D. $_{(6\ ;\ 12\ ;\ 15)}$ $\quad$ M.C.D. $_{(8\ ;\ 12\ ;\ 25)}$

25. Con la scomposizione in fattori primi determina

M.C.D. $_{(180\ ;\ 198)}$ $\quad$ M.C.D. $_{(750\ ;\ 2200)}$ $\quad$ M.C.D. $_{(60;\ 108;\ 120)}$ $\quad$ M.C.D. $_{(112;80;192)}$

MINIMO COMUNE MULTIPLO (m.c.m.)

Ricorda:
il m.c.m. fra due o più numeri è il più piccolo fra i multipli comuni.

Come si determina il m.c.m.?

1. ***Con gli insiemi, scrivendo per elencazione tutti i multipli dei numeri dati***
   Es. m.c.m.$_{(5;\ 6;\ 10)}$
   a. *Si scrivono i primi multipli di 5, i primi multipli di 6 e i primi multipli di 10 (tralasciamo 0)*
      M_5={5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45; 50; 55; 60; ……..}
      M_6={6; 12; 18; 24; 30; 36; 42; 48; 54; 60; …….}
      M_{10}={10; 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90; 100;……….}
   b. *Si evidenziano i multipli comuni ai tre numeri (se non ne trovi, continua… i multipli sono infiniti)*
   c. *Fra questi, si sceglie il multiplo comune minore*
   d. *Quindi m.c.m.$_{(5;\ 6;\ 10)}$= 30*

2. ***Mentalmente (per numeri piccoli): il procedimento è simile al punto 1, bisogna conoscere bene le tabelline per trovare mentalmente i multipli.***
   Si può anche procedere in questo modo: per determinare il m.c.m.$_{(5;6;10)}$
   a. *si prende il numero più grande fra quelli dati (fra 5,6 e 10 è 10),*
   b. *si fa la tabellina del 10 finchè non si trova un multiplo degli altri numeri (10x1=10: è multiplo di 5 ma non di 6 quindi non va bene; 10x2=20 è multiplo di 5 ma non di 6 quindi non va bene; 10x3=30 che è multiplo anche di 5 e di 6)*
   c. *quindi m.c.m.=30*

3. ***Con la scomposizione in fattori primi***
   Es. m.c.m. $_{(36;\ 24;\ 20)}$
   d. *Si scompongono in fattori primi i tre numeri (mentalmente o con le divisioni)*
      36 = $2^2 \cdot 3^2$ 24=$2^3 \cdot 3$ 20=$2^2 \cdot 5$
   e. *Si prendono <u>tutti</u> i fattori, comuni e non comuni: in questo caso $2 \cdot 3 \cdot 5$*
   f. *Fra i fattori uguali si sceglie quello con l'esponente più grande: in questo caso 2^3 3^2 5*
   Quindi m.c.m. $_{(36;\ 24;\ 20)}$ = $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$

ESERCIZI

26. Dopo aver scritto i multipli dei numeri dati, determina:

m.c.m. $_{(4;\ 12;\ 8)}$ m.c.m. $_{(4;7;8)}$

27. Determina mentalmente:

m.c.m. $_{(10\ ;\ 20\ )}$ m.c.m. $_{(6\ ;\ 12)}$ m.c.m. $_{(10\ ;\ 15)}$ m.c.m. $_{(8\ ;\ 6)}$ m.c.m. $_{(5\ ;\ 8)}$

m.c.m. $_{(6\ ;\ 10\ ;\ 15)}$ m.c.m. $_{(8\ ;\ 6\ ;\ 12)}$ m.c.m. $_{(4\ ;\ 8\ ;\ 16)}$ m.c.m. $_{(10\ ;\ 20\ ;\ 30)}$ m.c.m. $_{(3\ ;\ 4\ ;\ 6)}$

28. Con la scomposizione in fattori primi determina

m.c.m. $_{(45\ ;\ 60)}$ m.c.m. $_{(240\ ;\ 160)}$ m.c.m. $_{(60;\ 108;\ 120)}$ m.c.m. $_{(112;80;192)}$

LE FRAZIONI

CLASSIFICAZIONE DELLE FRAZIONI

- **Frazioni proprie :** numeratore < denominatore (valore < 1)
- **Frazioni improprie:** numeratore > denominatore (valore > 1)
- **Frazioni apparenti :** numeratore multiplo del denominatore (valore = ad un numero intero)

ESERCIZI

29. Scrivi vicino ad ogni frazione : **P** (propria) **I** (impropria) **A** (apparente)

$\frac{1}{2}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{8}{3}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{12}{6}$ $\frac{13}{25}$

$\frac{3}{6}$ $\frac{6}{3}$ $\frac{11}{12}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{20}{4}$ $\frac{23}{22}$

FRAZIONI EQUIVALENTI

Due frazioni sono equivalenti quando indicano la stessa quantità (oppure corrispondono allo stesso punto sulla semiretta orientata).

Data una frazione, posso trovare le frazioni equivalenti moltiplicando o dividendo per lo stesso numero il numeratore e il denominatore.

Es. $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20} =$ …….. $= \frac{30}{50} =$ ………………………

ESERCIZI

30. Trasforma le frazioni date in frazioni equivalenti, scrivendo il numero che manca al numeratore o al denominatore

$\frac{2}{3} = \frac{\quad}{6}$ $\frac{2}{3} = \frac{10}{\quad}$ $\frac{5}{4} = \frac{\quad}{20}$ $\frac{5}{4} = \frac{15}{\quad}$ $\frac{8}{7} = \frac{\quad}{14}$ $\frac{6}{5} = \frac{24}{\quad}$

$\frac{11}{2} = \frac{\quad}{10}$ $\frac{9}{4} = \frac{27}{\quad}$ $\frac{3}{3} = \frac{\quad}{9}$ $\frac{10}{3} = \frac{\quad}{15}$ $\frac{3}{8} = \frac{9}{\quad}$ $\frac{1}{3} = \frac{\quad}{12}$

RIDUZIONE AI MINIMI TERMINI

Ridurre una frazione ai minimi termini significa trasformarla in una frazione equivalente con numeratore e denominatore primi fra loro.

Per ridurre una frazione ai minimi termini devo dividere numeratore e denominatore per lo stesso numero.

Es. $\frac{\cancel{12}\ \cancel{6}\ 3}{\cancel{20}\ \cancel{10}\ 5} = \frac{3}{5}$

ESERCIZI

31. Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni

$\frac{8}{6}$ $\frac{12}{10}$ $\frac{9}{6}$ $\frac{24}{32}$ $\frac{15}{20}$ $\frac{18}{24}$ $\frac{27}{18}$ $\frac{16}{20}$

PROBLEMI DI GEOMETRIA

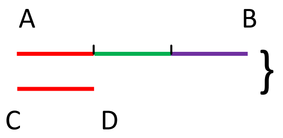
Impostiamo i problemi di geometria secondo le indicazioni dell'insegnante

E' importante saper tradurre il testo in linguaggio matematico.

Riportiamo una serie di esempi e, per ogni esempio, tre problemi da risolvere.

Esempio 1

La somma di due segmenti è 12 cm. Determina la loro misura sapendo che il primo è il triplo del secondo



12 cm

Hp

$\overline{AB} + \overline{CD} = 12$ cm

$\overline{AB} = 3\,\overline{CD}$

Th

$\overline{AB}$

$\overline{CD}$

$12 : 4 = 3\ cm\ \overline{CD}$

$3 \cdot 3 = 9\ cm\ \overline{AB}$

ESERCIZI

1. Determina la misura di due segmenti sapendo che la loro somma è 18 cm e che il secondo è il doppio del primo.

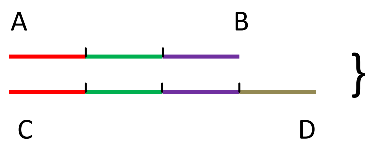
2. Il segmento PQ è il quadruplo del segmento RS. Se la loro somma è 20 m, quanto misurano i due segmenti?

3. La somma di tre segmenti è 48 m. Calcola la loro lunghezza sapendo che il secondo è il doppio del primo e il terzo è il triplo del primo

Ricorda $\overline{AB} = \frac{2}{3}\,\overline{CD}$ *vuol dire che dividi CD in tre segmenti uguali e ne prendi 2 per fare AB, quindi rappresenterai AB con 2 unità frazionarie e CD con 3 unità frazionarie*

Esempio 2

Determina la misura di due segmenti sapendo che il primo è $\frac{3}{4}$ del secondo e che la loro somma è 21 cm.



21 cm

Hp

$\overline{AB} + \overline{CD} = 21$ cm

$\overline{AB} = \frac{3}{4}\overline{CD}$

Th

$\overline{AB}$

$\overline{CD}$

$21 : 7 = 3\ cm\ u.f.$

$3 \cdot 3 = 9\ cm\ \overline{AB}$

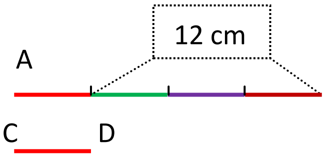
$3 \cdot 4 = 12\ cm\ \overline{CD}$

ESERCIZI

4. Il segmento MN è $\frac{2}{5}$ del segmento PQ. Determina la loro misura, sapendo che la loro somma è 35 cm
5. Trova la misura di due segmenti sapendo che insieme misurano 36 dm e che il primo è $\frac{5}{4}$ del secondo.
6. Il segmento AB è $\frac{3}{7}$ del segmento CD. Calcola la lunghezza dei due segmenti sapendo che la loro somma è 20 cm.

Esempio 3

La differenza di due segmenti è 12 cm. Determina la loro misura sapendo che il primo è il quadruplo del secondo



Hp
$\overline{AB} - \overline{CD} = 12$ cm
$\overline{AB} = 4\,\overline{CD}$

Th
$\overline{AB}$
$\overline{CD}$

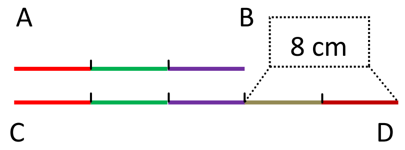
$12 : 3 = 4\ cm\ \ u.f. = \ \overline{CD}$
$4\ \cdot 4 = 16\ cm\ \overline{AB}$

ESERCIZI

7. Determina la misura di due segmenti sapendo che la loro differenza è 18 cm e che il primo è il quadruplo del secondo.
8. Un segmento è il doppio di un altro. Trova la lunghezza dei due segmenti sapendo che la loro differenza è 3 m.
9. La differenza di due segmenti è 8 cm. Calcola la loro lunghezza sapendo che il secondo è il triplo del primo.

Esempio 4

Determina la misura di due segmenti sapendo che il primo è $\frac{3}{5}$ del secondo e che il secondo supera il primo di 8 cm (oppure la differenza fra il secondo ed il primo è 8 cm).



Hp
$\overline{CD}\ -\ \overline{AB} = 8$ cm
$\overline{AB} = \frac{3}{5}\overline{CD}$

Th
$\overline{AB}$
$\overline{CD}$

$8 : 2 = 4\ cm\ u.f.$
$4\ \cdot 3 = 12\ cm\ \overline{AB}$
$4\ \cdot 5 = 20\ cm\ \overline{CD}$

ESERCIZI

10. Un segmento è $\frac{4}{7}$ di un altro. Trova la loro misura sapendo che il più grande supera l'altro di 15 cm.

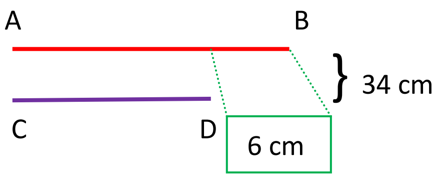
11. La differenza di due segmenti è 24 m. Se il secondo è $\frac{2}{5}$ del primo, quanto misurano i due segmenti?

12. Calcola la lunghezza di due segmenti sapendo che il primo è $\frac{3}{5}$ del secondo e che la loro differenza è 12 cm.

Esempio 5

La somma di due segmenti è 34 cm e la loro differenza è 6 cm. Determina la lunghezza dei due segmenti.

Questa volta non puoi dividere un segmento in unità frazionarie, perché il testo ti dà solo somma e differenza; puoi invece disegnare due segmenti di lunghezza qualsiasi (uno più lungo dell'altro) ed evidenziare la somma (34 cm) e la differenza (6 cm).



Hp	Th
$\overline{AB} + \overline{CD}$ = 34 cm	$\overline{AB}$
$\overline{AB} - \overline{CD}$ = 6 cm	$\overline{CD}$

Se a 34 sottrai 6, trovi la misura di due segmenti uguali a CD. Poi dividerai per due.

Quindi
34 − 6 = 28 cm $2\,\overline{CD}$
28 : 2 = 14 cm $\overline{CD}$
14 + 6 = 20 cm $\overline{AB}$

ESERCIZI

13. Determina la lunghezza di due segmenti sapendo che la loro somma è 48 cm e la loro differenza è 28 cm.

14. La somma di due segmenti è 26 m. Trova la loro misura sapendo che il primo supera il secondo di 16 m.

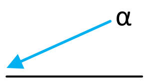
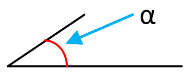
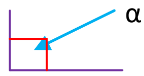
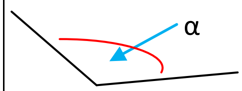
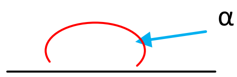
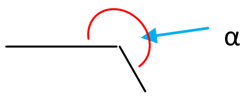
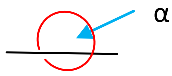
15. La differenza di due segmenti è 13 cm e la loro somma è 21 cm. Calcola la misura dei due segmenti.

ANGOLI

Angolo → *ognuna delle due parti del piano individuate da due semirette che hanno la stessa origine*

Bisettrice di un angolo → *semiretta che divide l'angolo in due parti congruenti*

Ricorda la classificazione degli angoli

Angolo		***Misura***	***Disegno***
nullo		$\alpha = 0°$	
convesso	***Acuto***	$0° < \alpha < 90°$	
	Retto	$\alpha = 90°$	
	Ottuso	$90° < \alpha < 180°$	
piatto		$\alpha = 180°$	
concavo		$180° < \alpha < 360°$	
giro		$\alpha = 360°$	

ESERCIZI

16. Completa la tabella con delle crocette

angolo	nullo	convesso	acuto	retto	ottuso	piatto	concavo	giro
20°								
95°								
190°								
90°								
360°								
1°								
0°								
290°								
90°								
132°								
180°								

17. Risolvi le operazioni e riduci il risultato in forma normale (ricorda: i secondi devono essere meno di 60, i primi devono essere meno di 60, i gradi possono assumere qualsiasi valore)

A. 19° 10’ 25’’ + 35° 40’ 35’’ =

B. 48° 49’ 37’’ + 12° 30’ 46’’ =

C. 40° 45’ 30’’ – 10° 20’ 20’’ =

D. 180° - 130° 25’ 34’’ =

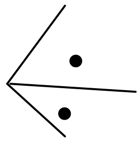
E. 21° 38’ 45’’ · 6 =

F. 42° 36’ 18’’ : 6 =

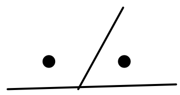
G. 14° 31’ 15’’ : 3 =

Due angoli possono essere

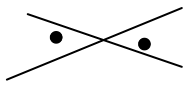
consecutivi → vertice in comune e un lato in comune



adiacenti→ vertice in comune e un lato in comune 8quindi consecutivi); il secondo lato appartiene alla stessa retta



opposti al vertice → i lati del primo sono il prolungamento dei lati del secondo.



Due angoli possono essere

complementari → $\alpha + \beta = 90°$

supplementari → $\alpha + \beta = 180°$

esplementari → $\alpha + \beta = 360°$

ESERCIZI

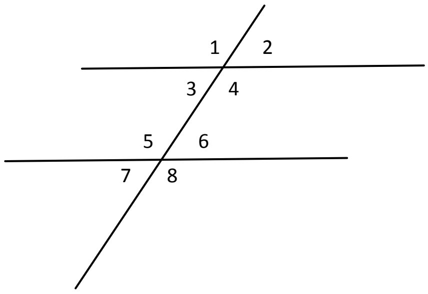
18. Calcola l’ampiezza dell’angolo supplementare ad $\alpha = 70°$

19. α e β sono due angoli complementari. Se $\alpha = 40° 35’$ quanto misura β?

20. $\alpha = 28°$. Qual è l’ampiezza degli angoli formati dalla bisettrice di α?

21. La somma di due angoli consecutivi è 80°. Calcola l’ampiezza dei due angoli, sapendo che il primo è il triplo del secondo.

RETTE PARALLELE TAGLIATE DA UNA TRASVERSALE



ANGOLI ALTERNI INTERNI
- 3 - 6
- 4 - 5

ANGOLI ALTERNI ESTERNI
- 1 - 8
- 2 - 7

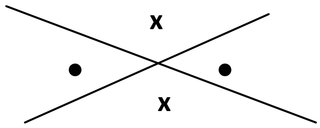
ANGOLI CONIUGATI INTERNI
- 3 - 5
- 4 - 6

ANGOLI CONIUGATI ESTERNI
- 1 - 7
- 2 - 8

ANGOLI CORRISPONDENTI
- 1 - 5
- 2 - 6
- 3 - 7
- 4 - 8

ANGOLI OPPOSTI AL VERTICE
- 1 - 4
- 2 - 3
- 5 - 8
- 6 - 7

Gli angoli opposti al vertice sono sempre uguali

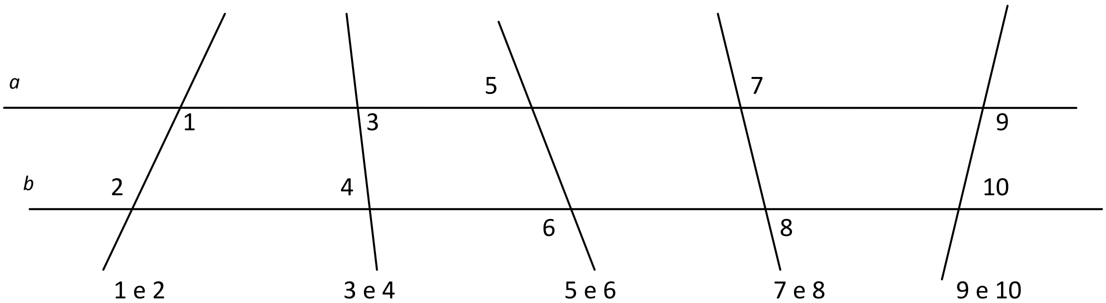


Se (e solo se) le rette sono parallele

- gli angoli alterni interni sono uguali
- gli angoli alterni esterni sono uguali
- gli angoli corrispondenti sono uguali
- gli angoli coniugati interni sono supplementari (la loro somma = 180°)
- gli angoli coniugati esterni sono supplementari (la loro somma = 180°)

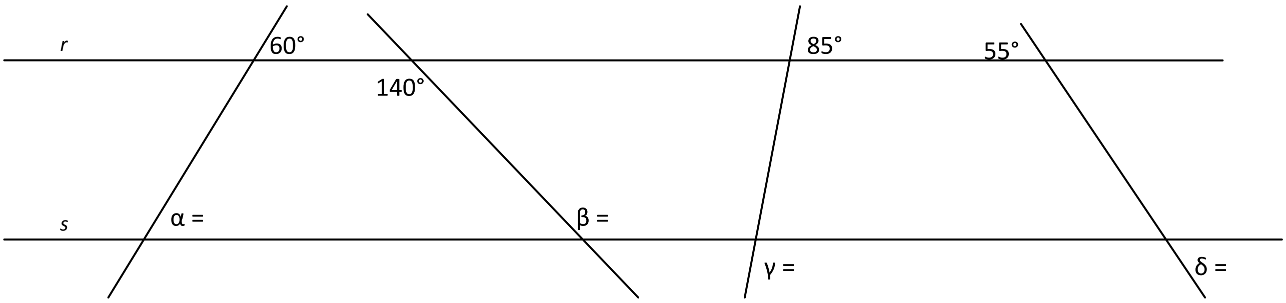
ESERCIZI

22. Correggi le dizioni sbagliate sapendo che a // b

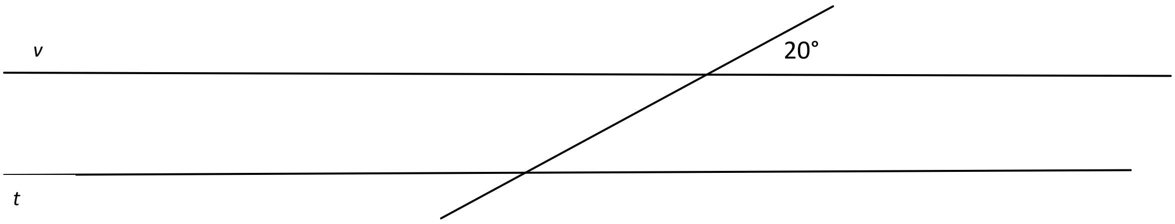


1 e 2	3 e 4	5 e 6	7 e 8	9 e 10
alterni interni	coniugati interni	alterni esterni	corrispondenti	coniugati interni

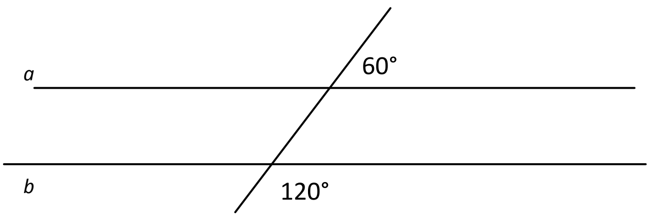
23. Determina l'ampiezza degli angoli richiesti sapendo che r // s



24. Determina l'ampiezza di tutti gli angoli, sapendo che v // t

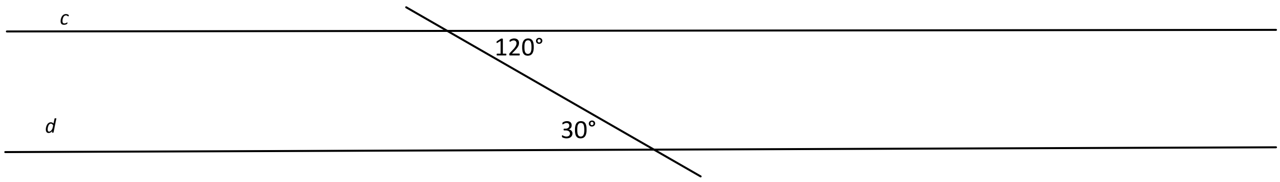


25. Rispondi



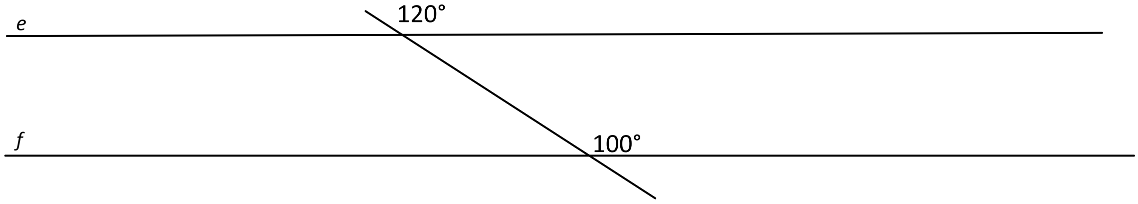
a // b ? ☐ SI ☐ NO Perché? ……………………………………………………………………………………….

26. Rispondi



c // d ? ☐ SI ☐ NO Perché? ……………………………………………………………………………………

27. Rispondi



e // f ? ☐ SI ☐ NO Perché? ……………………………………………………………………………………